DCET
Departamento de Ciências Exatas e Tecnológicas
UESB

Governo do Estado da Bahia

Lista de Exercícios de Álgebra Linear I

10/10/2023

1. Sejam $R, P, S : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ respectivamente a rotação de 30^o rm torno da origem, a projeção ortogonal sobre a reta $y = x/3$ e a reflexão em torno da mesma reta. Dado o vetor $v = (2, 5)$, determine os vetores Rv, Pv e Sv.

2. Prove que toda transformação linear $A : V \to W$ transforma todo conjunto convexo $C \subset V$ em um conjunto convexo $A(C) \subset W$.

3. Seja $A : E \to F$ uma transformação lienar. Se os vetores $Av_1, Av_2, \cdots, Av_n$ são L.I., prove que $v_1, \cdots, v_n \in E$ também são L.I.. Se $F = E$ e os vetores $Av_1, \cdots, Av_n$ geram E, prove que $v_1, \cdots, v_n$ geram E.

4. Sejam $A : V \to V$ uma transformação linear. Prove que $A^2 = 0$ se, e somente se, para todo $v \in E$ tem-se $Av \in \text{Kern}(A)$.

5. Seja $A : E \to E$ uma transformação linear. Para quaisquer vetores $u \in \text{Kern}(A)$ e $v \in \text{Im}(A)$, prove que se tem $Au \in \text{Kern}(A)$ e $Av \in \text{Im}(A)$.

6. Escreva a expressão de uma transformação linear $A : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ cujo núcleo seja a reta $y = x$ e cuja imagem seja a reta $y = 2x$.

7. Seja $A : V \to V$ uma apicação linear. Mostre que $A^2 = 0$ se, e somente se, $\text{Im}(A) \subset \text{Kern}(A)$.

8. Seja $A : \mathcal{P}_n \to \mathcal{P}_n$ a transformação linear definida por $A(p(x)) = x \cdot p'''(x)$. Descreva o núcleo e a imagem de A. Obtenha bases para eles.